



ACCADEMIA NAZIONALE VIRGILIANA
DI SCIENZE LETTERE E ARTI

ARCHIVIO STORICO DELLA VECCHIA ACCADEMIA

Parte II

DISSERTAZIONI ACCADEMICHE

MATEMATICA

Busta 60/7

Reg^{ta}

al Pre Prof^{to} Oliponi s. Febr^o ref. li 22. d:
Al S^o Ab. Chari li 27. Febr^o. rest. li 26. aprile
Al Sig^o Ab. Andref li 2. maggio - rest. li 5. maggio.
Al Sig^o Seg^o Lattanzj li 30 maggio -

29

D. VI. R. S. ~~1777~~

V.

La rotation de la Terre si sensiblement uniforme doit faire juger que la disposition de ses parties est telle que son centre de gravité est sensiblement son centre de figure. *Alembert, Opus: culcs Mathématiques, Tom. VIII, pag. 296.*

L

1791

1791



Dall' illustre Accademia Reale di Mantova
è stato promulgato il seguente programma. ~

„ Gli Astronomi e Cosmografi hanno fino ad ora
„ generalmente supposta l'equaglianza e similitu:
„ dine dei due Emisferj Boreale ed Australe in con:
„ sequenza equali le distanze dei due Poli all'equa:
„ tore, eguale la lunghezza de' gradi terrestri eguale
„ la compressione ai Poli. Ciò premesso si dimanda:
„ I. Se questa supposizione sia reale, oppure se dai
„ fenomeni ed osservazioni fino ad ora fatte possa
„ dubitarsi del contrario. II. Se la Teoria Newtonia:
„ na della gravitazione universale sia necessaria:
„ mente unita alla supposizione di tale equaglian:
„ za. III. Quali finalmente sarebbero le sperienze
„ ed osservazioni, che si dovrebbero premettere
„ per poter con certezza pronunciare sopra un tal
„ dubbio.

Cercasi dunque in primo luogo: se per li fe:
nomeni ed osservazioni fino ad ora fatte si possa
dubitare dell'equaglianza e similitudine dell'
Emisfero australe al boreale. Al qual quesito
accingendomi a soddisfare, dico: uno solo finora
(La place, Memoires de l'Académie des sciences
de Paris 1783, pag: 22) esser l'esperimento, onde
nacque un tal dubbio; la misura del grado fatta
al Capo di Buona Speranza dall'Ab. Lacaille,
siccome quella, la quale discorda notabilmente

dalle misure correlative nell'emisfero boreale. Ora io non esito punto ad assumer l'impegno di dimostrare, che quella misura Africana (senza detrarre minimamente al valore notissimo del suo Autore) non è d'alcun peso per far dubitare dell'equaglianza degli emisferj.

E prima espongo la Tavoletta sequente, le cui tre prime colonne prese dal Sig. Lalande (Astronomie 3^a edit. 2698), comprendono le dieci misure de' gradi più accreditate. Nella quarta ho messo la riduzione di ciascuna d'esse misure alla latitudine di 45° nell'ipotesi ellittica di $\frac{1}{300}$ del raggio per lo schiacciamento polare, ch'è la più ricevuta oggidì: e nella quinta le differenze tra ogni misura ridotta, e la quantità media desunta dalle dieci ridotte.

<u>Luoghi</u>	<u>Latitudini</u>	<u>Misure</u>	<u>Riduzione a 45°</u>	<u>Differenza dal medio</u>
Perù	$0^{\circ} 0'$	56753	57037, 47	- 1, 93
Capo	33 18 A.	57040	57153, 48	+ 114, 08
America	39 12 S.	56888	56945, 29	- 94, 11
Italia	43 1	56973	56992, 91	- 46, 49
Piemonte	44 44	57069	57071, 64	+ 32, 24
Francia	45 0	57023	57023, 00	- 16, 40
Ungheria	45 57	56881	56871, 57	- 167, 83
Austria	48 43	57086	57049, 00	+ 9, 60
Parigi	49 23	57069	57025, 43	- 13, 97
Lapponia	66 20	57419	57224, 21	+ 184, 81
La somma della quarta colonna è 570394, 00; e però il grado medio 57039, 40.				

Qui vi apparisce in primo luogo, siccome la misura del Capo ne supera tre delle prese alle latitudini settentrionali $39^{\circ} 12'$, $43^{\circ} 1'$, $45^{\circ} 0'$, quand' anzi dovrebbe esserne superata. Or quanto la lunghezza dell' arco d' un grado è maggiore tanto è minore la sua distanza al centro della Terra. Sarebbe dunque, dal confronto di queste misure, più schiacciato l' emisfero australe del boreale.

Ma il detto confronto non ha alcuna forza per dar quella conseguenza. Imperocchè dall' essere il grado di Piemonte a $44^{\circ} 44'$ maggiore di 46 tese del grado di Francia a $45^{\circ} 0'$; e di 589 tese di quel d' Ungheria a $45^{\circ} 57'$; dall' essere questo grado d' Ungheria minore di 92 tese del grado d' Italia a $43^{\circ} 1'$; e di 542 tese del grado di Francia a 45° ; dall' esservi finalmente l' enorme differenza di 442 tese tra li due gradi contigui da Vienna a Varadino, ed il settentrionale il minore (a): da tutte queste dico solennissime discordanze non avendo potuto prender vigore di sostenersi il dubbio, che l' emisfero boreale sia allungato, in vece di essere schiacciato: non è ragionevole che mentre abbiamo nell' emisfero boreale più

iv

(a)

Da Varadino a Grazz a $46^{\circ} 43'$ - - - 37351, 3

Da Grazz a Vienna a $47^{\circ} 38'$ - - - 36909, 6

Boscovich de expeditione litteraria, n.º 300.

e più gradi, i quali repugnano allo schiacciamento ^{maggior}
con gravissimi contrapposti, questi neglignansi come
non fossero, e ad altre plausibili cause attribuisconsi:
ed avendosi poi nell'emisfero australe una misura
sola ed unica, la cui dissensionè son lievi con le bore:
ali corrispondenti, nasca il pensier di fondare su queste
dissensionè il dubbio d'inequaglianza e dissomiglianza
infra li due emisferi, piuttosto che imputar quei discor:
damenti alle cause medesime, con cui si scusano li più
gravi nell'emisfero boreale.

~~Testo~~ Risponderà forse alcuno: che in esso se abbiamo
diversi gradi, i quali repugnano allo schiacciamento, ^{maggior}
ne abbiamo ancora diversi che lo stabiliscono, e so:
prattutto li più remoti un dall'altro, a cui deesi prin:
cipalmente attignere, perciocchè nei vicini la diffe:
renza legittima è troppo minore degli errori possibili,
i quali per conseguenza possono agevolmente cangiare
lo schiacciamento in allungamento. Ma tale risposta,
a parer mio, sarebbe levissima, poichè darabbe peso
al grado Africano, per quella ragione appunto che glielo
leva, cioè per essere il solo misurato nell'emisfero me:
ridionale: essendo inaudito massimamente in Astrono:
mia, che si faccia più conto delle osservazioni fatte una
sola fiata, di quel che della ripetute parecchie volte. E
non v'ha egli forse tutto il fondamento per inferire
dai multiplici sperimenti fatti nell'emisfero boreale,

che se altrettanto, ed a corrispondenti Latitudini, misure del grado potessero prendersi, e venissero prese nell' australe riuscirebbero discordanti non men che le nostre? Laonde il grado del Capo non deve ottenere maggior credenza, di quel che ottenga ciascuno separatamente di quelli settentrionali. E se così è che non può altrimenti essere, il togliere al grado del Capo cento e quattordici tese non sarà far ingiuria a quella misura, quando bisogna levarne 183 a quel di Lapponia, se vuolsi combinare cogli altri nell' ipotesi di 500 per lo schiacciamento. Parimente è mestieri aggiugnere 94 al grado di Pensilvania per farlo entrare nel detto combinamento, e 163 a quel d'Ingheria: e se per giustificare sì gravi discordamenti si nega piuttosto, anche senza bisogno, l' omogeneità della Terra, perchè non dovrà valere la stessa negazione a comporre cogli altri il grado del Capo? perchè sarà riservata a lui solo la facoltà di far sospettare disequaglianza di quell' emisfero dal nostro?

Ho detto non esser di bisogno negare l' omogeneità della Terra per giustificare le contraddizioni ne' gradi misurati. E vaglia il vero, se è dimostrato per le accuratissime esperienze di Bouguer e del Sig. Maskelyne, e da tutti gli astronomi ammasso e ricevuto che l' attrazione delle montagne (minore anche in fatto di quello di esser dovrebbe, se le lor masse fossero ben compatte, e di grandi vuoti prive) può far deviare di 6 a 8

secondi il perpendicolo de' istromenti; e se del pari è manifesto, che la vicinanza del mare, o le ignote cavità sotterranee possono similmente alterare l'equi-
pollenza delle attrazioni sul detto filo da uno ad al-
tro lato; abbiamo in queste possibilità una scusa le-
gitima, che sorpassa di molto l'errore che ci agita.
Imperocchè la deviazione di 6 secondi bastando
a produrre un errore di 100 tese, l'error totale po-
rà essere di 200, se avvenga che nelle osservazioni
celesti fatte agli estremi del grado misurato li due
deviamenti concorrano entrambi ad accrescere o a di-
minuire la grandezza dell'arco intercetto. Ma per
metter d'accordo il grado Africano col cumulo de' gli
Europei non è mestieri levarsi altro che 114 tese. Pri-
ma dunque di concepire nè meno il sospetto, che quella
discordia provenga da inegualianza de' gli emisferi,
bisogna provare che le osservazioni del Lacaille siano
state assolutamente esenti da ogni deviazione del
perpendicolo, e che nell'emisfero australe la Terra è
omogenea. A queste due cause si addossano (6) le dis-
cordanze tra le molteplici misure Europee: qual prescri-
gio farà, che di quelle cause non si tenga alcun conto,
allor quando si tratta dell'unica misura Africana,

(6) Boscovich Voyage astronom. etc. pag. 156, 480, 483.

Cavendish Philos. Trans. 1768 pag. 328.

Lalande Mémoires de Paris 1795 pag. 5, Astronomie 3^e édition, 2704.

per volgersi in vece ad altro immaginamento del tutto
singolare, e inventato poi anche a rovescio, cioè contro
la fisica probabilità? Imperocchè il Dragori ha già com-
putato che il grand' eccesso dell'acque nell'emisfero
australe per rispetto al boreale costituisce quello un po'
più voluminoso (e per conseguente meno stacciato del nos-
tro) quanto bisogna a fermar l'equilibrio tra due.
Parri dunque d'aver dimostrato più che a sufficien-
za: che la misura del Capo non ha il minimo peso a far
dubitare dell'ugualianza e similitudine tra l'uno e
l'altro emisfero.

Vengo al secondo quesito: se la teoria Newtoniana della gravitazione universale sia necessariamente unita alla supposizione di egualianza degli emisferi. E rispondo: assolutamente no, condizionata-
mente sì; e la condizione è che la Terra suppongasi da principio fluida ed omogenea. Essendo così composta di parti similari, ugualmente dotate di forza attrattiva e mobilità, egli è manifesto che la sfericità perfetta del globo era l'effetto che nascer doveva dalla gravitazione scambievolmente, qual-
la essendo la figura secondo la quale meglio poteva ogni particella obbedire all'attrazione delle altre tutte pigliando sede nella maggior vicinanza possibile ad esse. Che se un tal globo, fluido e omogeneo, s'intende soggetto a rotazione uniforme, la composizione di questo moto con l'azione della

gravità Newtoniana cambia siccome fu dimostrato da tanti (e singolarmente dal Mallaurin nella sua Dissertazione sul flusso e riflusso del mare), la figura sferica in ellipsoide, schiacciata verso i poli dell'asse di rotazione, e rilevata nelle parti più lontane da quello: ma senza che v'abbia luogo ad escogitarsi motivo alcuno, il qual possa render dissimile o diseguale un emisferio dall'altro, essendo pari del tutto nelle parti opposte e corrispondenti d'entrambi l'azione della forza centrifuga. Or se per qual voglia causa divenenga la fluidità del globo capace di condensarsi, purchè l'effetto totale non nasca contr'ogni fisica probabilità; da per tutto ad un tempo, il gradato condensamento sarà aumentato in ragion della compressione degli strati superiori; e però vi sarà un gradato incremento di densità dalla superficie al centro. Questa ipotesi, in vero naturalissima, niave peso dalla notevole scarsità (c) d'attrazione scoperta nelle montagne, rispettivamente al volume loro; donde appare la tenuità dell'addensamento alla superficie terrestre. Egli è poi evidente, che tale ipotesi non distingue parte da parte; e però non importa disuguaglianza, ma anzi uguaglianza tra gli emisferi; non facendolo altro effetto l'eterogeneità

(c) - La place loc. cit. Baillie Hist. de l'Asie. Tom. III, pag. 43, etc.

progressiva, secondo i computi notissimi di Clairault (d) se non di render lo schiacciamento, quale appunto si osserva, cioè minore di quel che risulta dall'omogeneità totale nel sistema di Newton.

In genere poi non si può sostenere che la teoria Newtoniana sia necessariamente unita alla supposizione di equaqlianza tra gli emisferj. Imperocchè la teoria Newtoniana vuol l'attrazione in ragion diretta delle masse, ed inversa de' quadrati delle distanze. Questa legge dà chiaramente emisferj uguali, tanto se il globo è tutto omogeneo, quanto se ogni strato concentrico sia omogeneo con se medesimo, essendo gli strati uno all'altro eterogenei. Ma se la Terra fosse composta confusamente di parti eterogenee, senza uniformità nelle distanze delle omogenee dal centro; allora è manifesto che gli emisferj sarebbero dissimili, e per conseguenza disequali secondo il sistema stesso di Newton, giacchè l'equilibrio d'azione tra masse eterogenee non potrebbe generar l'equaqlianza, se non quando la diversità indefinita delle azioni parziali facesse casualmente una somma eguale in ciascuno de'gli emisferj.

Restami ora da soddisfare alla terza domanda: quali sperienze ed osservazioni sarebbero necessarie per pronunciar con certezza sul dubbio della dissomiglianza e disequaqlianza

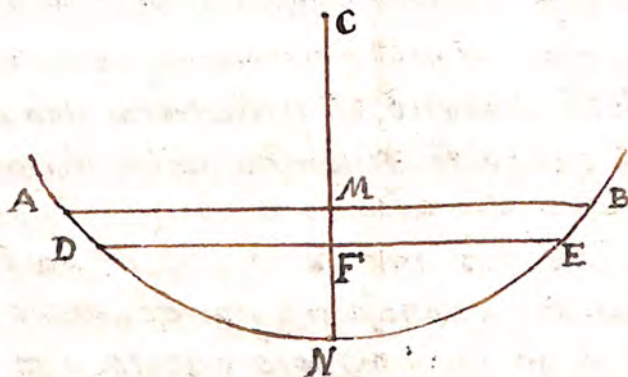
dei due emisferi.

Dopo essermi riuscito se non m'inganno, di render provato ad evidenza che il dubbio medesimo, posto campo da alcuni Autori, è destituito di fondamento, potrebbe quasi parer superfluo l'indagar mezzi di fatto per chiarirsi d'un dubbio, il qual ventilato svanisce: essendo manifesto, che l'Illustre Accademia propone con savio consiglio il terzo quesito nella supposizione, che un dubbio ragionevole esista. Ciò non ostante non sarà opera perduta il tentar d'esaurire anche il quesito medesimo, poichè varrà se non altro a rendere meglio nota la quantità dello schiacciamento terrestre, e le irregolarità locali della figura del nostro globo, sulle quali cose dura tuttavia non poca incertezza. Ho dunque chiamato a disamina i mezzi, che sono stati finora tentati, o suggeriti, per investigare la verità, e la quantità dello schiacciamento: ma e la misure de' gradi, e quelle de' pendoli, per esser o mediatamente o immediatamente dipendenti dalla densità interna del globo, della qual non sarà mai possibile di conoscere le irregolarità, mi apparvero senza dubbio insufficienti a somministrare la desiderata sicurezza. L'unica fonte libera da ogni ipotesi, è assolutamente la parallasse

della Luna, se fosse dato osservarla senza error di collimazione, o d'istromento. L'espeditante opporuno a sgombrare ogni errore da questa osservazione è stato messo fuori or ora dal Sig: Antonio Cagnoli in una memoria stampata nel Tomo VI della Società Italiana. Quivi egli mostra, siccome la differenza d'un solo minuto secondo, di più o di meno, nella parallasse si renda sensibile a segno di generare una differenza di 30, di 36 e più secondi di tempo nella durata di certe occultazioni di stelle dietro la Luna. Queste sono le occultazioni che nascono sotto una breve corda della circonferenza Lunare, quando sia per esempio, la saetta, di 60 secondi, o di 30, ecc; quanto questa è minore, tanto essendo maggiore il divario del tempo. Mi era nato sospetto non forse la refrazione dell'atmosfera Lunare potesse sparger tenabra od incertezze in questo metodo. Ma il mio sospetto s'è dileguato ben presto considerando, che il piccolo effetto di tale tenuissima rifrazione è stato già valutato e riconosciuto precisamente di 3" circa rimediandosi all'inflession, che patiscono i raggi della stella, col diminuir d'altrimenti nel calcolo il semidiametro Lunare, su di che sembrano gli astronomi generalmente d'accordo. Or quando un errore è svelato e determinato, e vi si adatta il compenso adeguato, la cosa sta appunto, come se l'error non vi fosse; dond'è manifesto non poter riportarne offesa il metodo del mentovato Autore. Trattandosi di memoria stampata, non mi par neces-

sario nē convenevole esporlo minutamente, ma che la mia parte possa esser compita indicandone il sostanziale.

Sia *AB* la corda dell'emisferio lunare, che



Occulterebbe la stella, se la Terra fosse perfettamente rotonda, e *DE* la corda, che in grazia dello schiacciamento terrestre occulta realmente la stella ad un Osservatore situato, per esempio, alla latitudine di 60° . Assunte per incontrar tutti i casi, le quantità medie degli elementi del calcolo, a posta 10° l'altezza della Luna dall'orizzonte, la differenza *MF* di parallasse in virtù dello schiacciamento di $\frac{1}{500}$ del raggio, risulta $8''$, 5 . Se la saetta *MN* è di $60''$, trova il Sig. Cagnoli il tempo dell'occultazione per *DE* esser minore di $1' 26''$ del tempo per *AB*: e se la saetta *MN* sia di $30''$, il divario di quei tempi ascenderà a $2' 10''$. Niuno è che non veggia quanto siano nati fatti questi fenomeni per riconoscere ogni differenza di schiacciamento da uno ad altro luogo della Terra. Non è poi

da maravigliarsi, che tali fenomeni stari non sieno prima indicati, nè usati al proposto fine: poichè le condizioni necessarie a renderli fruttuosi non sono facili a combinarsi con frequenza. Sono esse condizioni: che l'altrezza della Luna, e la corda del disco lunare, la qual copre la stella, sian piccola. Ma se questa combinazione succede assai di rado per un dato punto della Terra; è poi vero altresì, non esservi occultazione che non porti con sè quelle condizioni per rispetto a qualche punto della Terra. Sarebbe dunque facile il conoscere questi punti col calcolo anticipato: ed il trasferirvi astronomi ed istrumenti dove si possa, sarà infinitamente men dispendioso, men laborioso, e men lungo delle misure incertissime de' gradi.

In questo luogo si narra che il Re
 di Castiglia, per aver fatto
 un trattato di pace con il Re
 di Aragona, si vide costretto
 a cedere alcune terre e castelli
 che erano stati acquistati per
 la corona di Castiglia. Questo
 fatto fu molto dispiaciuto
 al Re di Castiglia, e fu
 causa che egli si risentisse
 molto contro il Re di Aragona.
 In questo tempo si vide
 anche che il Re di Castiglia
 si era unito con il Re di
 Aragona, e che insieme
 avevano fatto un trattato
 di pace con il Re di
 Francia.

In questo luogo si narra che
 il Re di Castiglia, per aver
 fatto un trattato di pace con
 il Re di Aragona, si vide
 costretto a cedere alcune terre
 e castelli che erano stati
 acquistati per la corona di
 Castiglia. Questo fatto fu
 molto dispiaciuto al Re di
 Castiglia, e fu causa che egli
 si risentisse molto contro il
 Re di Aragona. In questo
 tempo si vide anche che il
 Re di Castiglia si era unito
 con il Re di Aragona, e che
 insieme avevano fatto un
 trattato di pace con il Re di
 Francia.